K-Disk. m. Parameter Aufgabe 3

Name	Klasse	Datum		Seite
$f_k(x)=\frac{1}{32}(x^3-6kx^2-36k^2x+216k^3)$		! $k \leq 0$!		Blatt

1. $k=0$: $f_0(x)=\frac{1}{32}x^3$ ist punktsym. zum Ursprung

$k \neq 0$: Keine besondere Symm. erkennbar

2.1 $f_k(-6k)=\frac{1}{32}[(-6k)^3-6k(-6k)^2-36(-6k)^2\cdot k+216k^3]=$

$=\frac{1}{32}(-216k^3+216k^3+216k^3+216k^3)=0$

$$(x^3-6kx^2-36k^2x+216k^3):(x+6k)=x^2-12kx+36k^2$$
$$\underline{-(x^3+6kx^2)}$$
$$-12kx^2-36k^2x$$
$$\underline{-(-12kx^2-72k^2x)}$$
$$36k^2x+216k^3$$
$$\underline{-(36k^2x+216k^3)}$$
$$0$$

$x^2-12kx+36k^2=0$

$\Leftrightarrow (x-6k)^2=0$

$x_{2/3}=6k$ (do.)

$f_k(x)=\frac{1}{32}(x+6k)(x-6k)^2$

$x_1=-6k$ einf. ; $x_2=6k$ do für $k \neq 0$; Für $k=0$:

$f_0(x)=\frac{1}{32}x^3$

$x_1=0$ dreif.

Light-Version:

$f_k(x)=\frac{1}{32}(x+6k)(x^2-12kx+36k^2)=$

$=\frac{1}{32}(x^3-12kx^2+36k^2x+6kx^2-72k^2x+216k^3)=$ Ang.

$x^2-12kx+36k^2=0 \Rightarrow \ldots\ldots$ siehe oben

2.2 $f_k'(x)=\frac{1}{32}(3x^2-12kx-36k^2)=\frac{3}{32}(x^2-4kx-12k^2)$

$f_k''(x)=\frac{3}{32}(2x-4k)=\frac{3}{16}(x-2k)$

$f_k'(x)=0 \Rightarrow x_{1/2}=\frac{1}{2}(4k\pm\sqrt{16k^2-4\cdot(-12k^2)})=\frac{1}{2}(4k\pm 8k)$

$x_1=-2k$; $f_k''(-2k)=\frac{3}{16}(-2k-2k)=-\frac{3}{4}k>0 \Rightarrow$ TIP$(-2k|8k^3)$

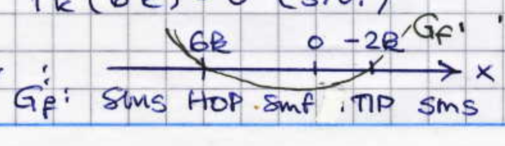
$f_k(-2k)=\frac{1}{32}((-2k)^3-6k(-2k)^2-36k^2(-2k)+216k^3)=+8k^3$

$x_2=6k$; $f_k''(6k)=\frac{3}{16}(6k-2k)=\frac{3}{4}k<0$

$f_k(6k)=0$ (s.o.)

HOP $(6k|0)$

Alternativ:



SONDERFALL: $k=0$

TEP$(0|0)$

2.3 $f_k(4k) = \frac{1}{32}\left((4k)^3 - 6k(4k)^2 + 36k^2\cdot 4k + 216k^3\right) = \frac{5}{4}k^3 = y_P$

$m_T = f_k'(4k) = \frac{3}{32}\left((4k)^2 - 4k\cdot 4k - 12k^2\right) = -\frac{9}{8}k^2$

$t = y_P - m x_P = \frac{5}{4}k^3 + \frac{9}{8}k^2\cdot 4k = \frac{23}{4}k^3$

$y_T = -\frac{9}{8}k^2 x + \frac{23}{4}k^3 = t(x)$

$t(x) = f_k(x)$

$\frac{1}{32}\left(x^3 - 6kx^2 + 36k^2x + 216k^3\right) = -\frac{9}{8}k^2x + \frac{23}{4}k^3 \quad |\cdot 32\,!$

$\Leftrightarrow x^3 - 6kx^2 + 32k^3 = 0 \qquad x_1 = 4k$ (Tangente bei $x_0 = 4k$!)

$$
\begin{array}{l}
(x^3 - 6kx^2 + \qquad 32k^3) : (x - 4k) = x^2 - 2kx - 8k^2 \\
-(x^3 - 4kx^2) \\
\quad -2kx^2 \\
\quad (-2kx^2 + 8k^2x) \\
\qquad -8k^2x + 32k^3 \\
\qquad -8k^2x + 32k^3 \\
\qquad\quad - \quad -
\end{array}
$$

$x^2 - 2kx - 8k^2 = 0$

$\Rightarrow x_{1/2} = \frac{1}{2}\left(2k \pm \sqrt{4k^2 + 32k^2}\right)$

$\rightarrow x_1 = 4k\,;\ x_2 = -2k$

(Doppelter SP = Berührpunkt wegen Tangente) $f_k(-2k) = 8k^3$ (TIP!)

$S_2 = TIP(-2k\,|\,8k^3)$

2.4 $2y = 9x \Leftrightarrow y = \frac{9}{2}x \Rightarrow m = \frac{9}{2} = f_k'(-6k)$ Die andere NST → HOP

$f_k'(-6k) = \frac{3}{32}\left((-6k)^2 - 4k(-6k) - 12k^2\right) = \frac{9}{2}k^2 = \frac{9}{2} \Rightarrow k_1 = -1$, $(k_2 = 1)$ ↯ da $k \leq 0$

3 $N_1(-6|0) = HOP$; $N_2(6|0)$; $TIP(2|-8)$; $WEP(-2|-4)$; $y_T = -\frac{3}{2}x - 7$

$t(x) = -\frac{9}{8}x - \frac{23}{4}$; $S_2(2|-8)$